Gyakorló példák a minőségügyi statisztika témaköréből - megoldásokkal

1. a) Számítsa ki a következő ötelemű minta statisztikai jellemzőit!

   15.3, 15.8, 14.9, 15.2, 14.8

   átlag (15.2), medián (15.2), terjedelem (15.8-14.8=1), szórás (0.394)

   b) Származhat-e ez a minta (0.05-os szinten) egy μ=15 várható értékű sokaságból, ha tudjuk, hogy az ingadozás varianciája σ^2=0.36?

   $$P\left(15 - \frac{1.96 \cdot 0.6}{\sqrt{5}} < \bar{x} < 15 + \frac{1.96 \cdot 0.6}{\sqrt{5}}\right) = 0.95$$

   $$P(14.474 < \bar{x} < 15.526) = 0.95,$$

   A válasz tehát igen, mert a minta átlaga benne van a számított intervallumban.

2. Ha egy folyamatban az ingadozás varianciája σ^2=0.36, a centruma (várható értéke) μ=15,

   a.) Milyen szimmetrikus intervallumban kell lennie négyelemű minták átlagának 99.73% valószínűséggel?

   $$P\left(15 - \frac{3 \cdot 0.6}{\sqrt{4}} < \bar{x} < 15 + \frac{3 \cdot 0.6}{\sqrt{4}}\right) = 0.9973$$

   b.) Milyen szimmetrikus intervallumban kell lennie minden egyes értéknek 99.73% valószínűséggel?

   $$P(15 - 3 \cdot 0.6 < \bar{x} < 15 + 3 \cdot 0.6) = 0.9973$$

3. Az előzetes adatfelvétel során a következő becsléseket kapták 5 elemű mintákra:

   $\bar{\bar{x}} = 24.997$, $\bar{R} = 0.2257$

   A gyártásközi ellenőrzésnél vett szintén 5 elemű mintákra a mérési eredmények a következők:

minta	x					átlag	szórás	R
1	24.994	24.908	24.884	25.182	24.990	24.992	0.117	0.299
2	24.937	24.975	25.021	24.803	25.209	24.989	0.147	0.405
3	25.067	25.369	25.135	25.124	25.355	25.210	0.141	0.301
4	24.867	25.010	25.173	25.086	24.993	25.026	0.114	0.305
5	24.997	25.099	25.166	24.954	24.973	25.038	0.091	0.213
6	25.059	24.932	25.157	24.978	25.059	25.037	0.086	0.225
7	25.020	25.029	25.119	24.932	24.950	25.010	0.074	0.187
8	25.105	25.059	25.239	24.736	24.918	25.011	0.192	0.503
9	25.078	25.038	25.092	25.150	25.009	25.074	0.054	0.141
10	25.042	25.044	25.102	24.862	24.774	24.965	0.140	0.329

   Elemezze a vizsgált folyamat stabilitását ellenőrző kártyával, nem megfeledkezve a Western Electric szabályairól sem.

Minthogy volt előzetes adatfelvétel, a kártyák vonalait abból kell meghatározni.

$$CL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} = 24.997$$

$$UCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R} = 24.997 + 0.577 \cdot 0.2257$$

$$LCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} = 24.997 - 0.577 \cdot 0.2257$$

$$CL_R = \bar{R} = 0.2257$$

$$UCL_R = D_4\bar{R} = 2.114 \cdot 0.2257$$

$$LCL_R = D_3\bar{R} = 0$$

Kiegészítés:
Ha az előzetes adatfelvétel és a kérdéses gyártásközi ellenőrzés minta-elemszáma nem lenne azonos, a szórást az átlagos terjedelemből kell becsülni (mert μ és σ a folyamatra jellemző paraméterek, ezek értéke nem változik):

$\hat{\sigma} = \dfrac{\bar{R}}{d_2}$, (ahol $\bar{R}$ az előzetes adatfelvételnél becsült érték, d_2-t pedig az előzetes adatfelvétel mintaelem-számához (n) kell kikeresni).

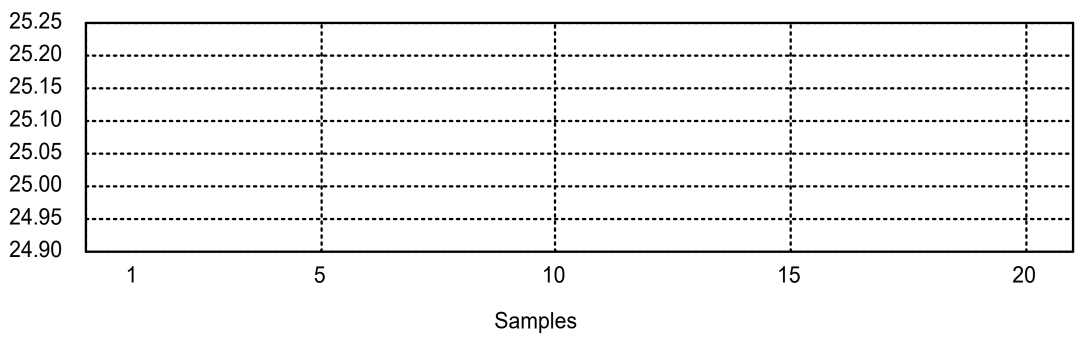
A gyártásközi ellenőrzésnél az ottani mintaelem-számhoz (n*) tartozó középvonalak és felső beavatkozási határok:

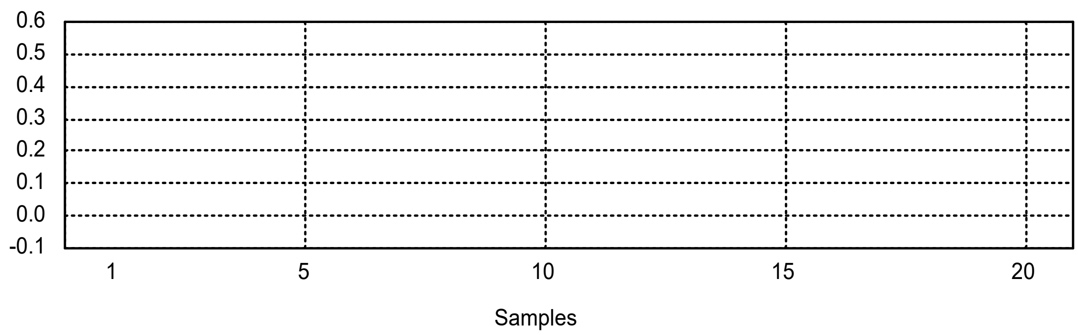
$$CL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} = 24.997$$

$$UCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + 3\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n*}}$$

$CL_R = \hat{R}* = d_2\hat{\sigma}$, ahol d_2-t a gyártásközi mintaelem-számhoz (n*) kell kikeresni

$UCL_R = \hat{R}* + 3d_3\hat{\sigma}$, ahol d_3-t a gyártásközi mintaelem-számhoz (n*) kell kikeresni





4. Egy folyamatban a selejtarány 1%. Mi a valószínűsége annak, hogy 5 véletlenül kivett darab közül egy se legyen selejtes? Mi a valószínűsége annak, hogy legfeljebb 1 selejtes legyen?

$$P(k=0)=\binom{5}{0}\cdot 0.01^0\cdot 0.99^5$$

$$P(k\le 1)=\binom{5}{0}\cdot 0.01^0\cdot 0.99^5+\binom{5}{1}\cdot 0.01^1\cdot 0.99^4$$

5. 100 elemű mintákra épülő **p-kártya** középvonala az előzetes adatfelvétel szerint 0.02.

minta	selejtes
1	5
2	2
3	3
4	4
5	8
6	1
7	2
8	6
9	3
10	4

a) Hol lesznek a ±3σ konvenció szerinti beavatkozási határok?

b) Elemezze a gyártásközi ellenőrzés során vett 10, egyenként 100 elemű minta alapján a folyamatot!

$$UCL_p = p+3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 0.02+3\cdot\sqrt{\frac{0.02\cdot(1-0.02)}{100}} = 0.034$$

$$LCL_p = p-3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 0.02-3\cdot\sqrt{\frac{0.02\cdot(1-0.02)}{100}} = 0.006$$

A minták közül az 1., a 4., az 5., a 8. és a 10 is kívül esik a beavatkozási határokon, tehát a folyamat nem stabil.

6. Az előzetes adatfelvétel során vett 150 elemű mintákból az átlagos selejtarány 2%. Adja meg a 100 db-os gyártásközi ellenőrzésnél használandó **np-kártya** beavatkozási határait!

$$UCL_{np} = np+3\sqrt{np(1-p)} = 100\cdot 0.02+3\sqrt{100\cdot 0.02\cdot(1-0.02)}$$

$$LCL_{np} = np-3\sqrt{np(1-p)} = 100\cdot 0.02-3\sqrt{100\cdot 0.02\cdot(1-0.02)}$$

7. Számítsa ki a minőség-képességi indexeket a 3. példa előzetes adatfelvétel szerinti folyamatára, ha a tűrésmező 25.0±0.25!

$$\hat{\sigma}=\frac{\overline{R}}{d_2}=\frac{0.2257}{2.326}=0.097$$

$$C_P=\frac{USL-LSL}{6\sigma}=\frac{25.25-24.75}{6\cdot 0.097}=0.86$$

$$C_{PU}=\frac{USL-\mu}{3\sigma}=\frac{25.25-24.997}{3\cdot 0.097}=0.869$$

$$C_{PL}=\frac{\mu-LSL}{3\sigma}=\frac{24.997-24.75}{3\cdot 0.097}=0.849$$

$$C_{Pm}=\frac{USL-LSL}{6\sqrt{\sigma^2+(\mu-T)^2}}=\frac{25.25-24.75}{6\cdot\sqrt{0.097^2+(24.997-25)^2}}$$

8. Kétlépcsős mintavételi terv szerint az első és a második minta is 80 elemű. $Ac_1=2$, $Re_1=4$, $Ac_2=4$. Az első mintában 2 selejtes elemet találunk. Hogyan döntene? Ha vesz második mintát, abban további 1 a selejtes. Mi a döntése ekkor?

   Elfogadjuk az első minta alapján.

9. A gyártási folyamatból véletlenszerűen kiválasztott 10 alkatrész mindegyikét 2 operátor 3 ismétléssel megméri. A becsült varianciák a következők:

   $\hat{\sigma}^2_{alkatr} = 0.5$; $\hat{\sigma}^2_{oper} = 0.002$; $\hat{\sigma}^2_{ism} = 0.03$; $\hat{\sigma}^2_{alkatr*oper} = 0.0$

   A tűrésmező szélessége 2.0 egység. Mekkora része a mérés 99%-os valószínűségű ingadozási tartománya a tűrésmezőnek és a teljes ingadozás ugyanilyen valószínűségű ingadozási tartományának?

$$\sigma^2_{reprod} = \sigma^2_{kezelő} + \sigma^2_{alkatrész*kezelő} = 0.002 + 0 = 2 \cdot 10^{-3}$$

$$\sigma^2_{mérés} = \sigma^2_{reprod} + \sigma^2_{ism} = 2 \cdot 10^{-3} + 0.03 = 0.032$$

$$\sigma^2_{teljes} = \sigma^2_{alkatrész} + \sigma^2_{mérés} = 0.5 + 0.032 = 0.532$$

$$\frac{P}{V} = \frac{\hat{\sigma}_{\mathrm{R\&R}}}{\hat{\sigma}_{\mathrm{total}}} = \frac{\sqrt{0.032}}{\sqrt{0.532}} = 0.245 \quad (24.5\%)$$

$$\frac{P}{T} = \frac{5.15\hat{\sigma}_{\mathrm{R\&R}}}{USL - LSL} = \frac{5.15 \cdot \sqrt{0.032}}{2} = 0.46 \ \ (46\%)$$